

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по АСТРОНОМИЯ
II кръг на III национална олимпиада по астрономия, февруари, 2000 г.
РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

УЧЕНИЦИ X - XII КЛАС

Задача 1 (9 точки): На 4 юни Слънцето е в границите на зодиакалния знак Близнаци, разположен от еклиптична дължина 60° до 90° . При пълно лунно затъмнение Луната попада в земната сянка. Ето защо тя е на еклиптиката или съвсем близо до нея и е почти точно в диаметрално противоположната на Слънцето точка от небесната сфера, т.е. в опозиция. Следователно Луната трябва да се е намирала в зодиакалния знак, който е противоположен на Близнаци. Това е Стрелец **(5 т.)**. Както е известно, обаче, дефинираните от астролозите зодиакални знаци не отговарят нито по своите граници, нито по разположение на съответните зодиакални съзвездия на небето. По разположение те са имали по-добро съответствие със зодиакалните съзвездия преди около 2000 години. Поради прецесията сега те са се изместили приблизително с по едно зодиакално съзвездие на запад от тогавашното си положение. Така зодиакалният знак Стрелец сега трябва да е разположен примерно в района на съседното на Стрелец зодиакално съзвездие в западна посока, а то е Скорпион **(2 т.)**. Но ние знаем, че между съзвездията Стрелец и Скорпион значителна част от еклиптиката се пресича от едно съзвездие, което не е традиционно зодиакално. Това е Змиеносец. Както обикновените, така и зодиакалните съзвездия имат доста сложно очертани граници и се простират в много различни по големина области от небето. Затова без звездна карта е трудно да се каже в кое точно съзвездие е била Луната на 4 юни. Датата 4 юни е близо до средата на периода, в който Слънцето е в съответния на юни зодиакален знак (22 май – 22 юни). Така че, най-вероятно Луната е била в Змиеносец **(2 т.)**. При проверка по звездната карта това предположение се оказва и правилното.

Задача 2 (11 точки): Нека l е ширината на сянката в km, α – ъгълът, под който Слънцето осветява кратера, r – разстоянието от наблюдателя до кратера, $\beta = 10''$ – ъгълът, под който от Земята виждаме ширината на сянката на кратера, h – търсената височина на пръстеновидния вал на кратера. От елементарни геометрични съображения можем да запишем:

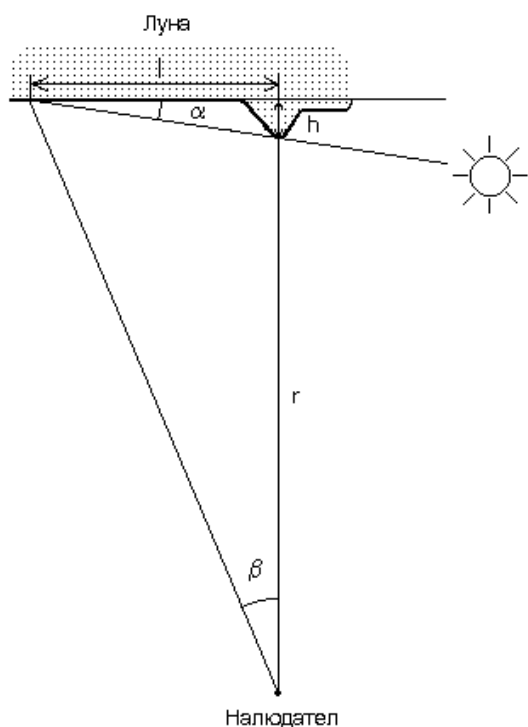
$$h = l \operatorname{tg} \alpha$$

$$l = r \operatorname{tg} \beta$$

Следователно:

$$h = r \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha \quad (1) \quad \textbf{(3 т.)}$$

За да определим r , трябва от средното разстояние Земя–Луна, равно на 384000 km, което е разстоянието между центровете на планетите, да извадим радиуса на Луната, както и разстоянието, с което наблюдателят е по-близо до Луната, отколкото е центърът на Земята. Тъй като не е дадена височината,



Луната над хоризонта, добро приближение за разстоянието от наблюдателя до кратера е:

$$r = 380000 \text{ km.} \quad \textbf{(1 т.)}$$

Остава да намерим ъгъла α . Това собствено е височината на Слънцето над хоризонта на Луната. Тъй като кратерът е близо до центъра на лунния диск, за него Слънцето ще изгрее, когато Луната е във фаза първа четвърт. Ъгъла, на който Слънцето се измества за едно денонощие за наблюдател на повърхността на Луната, получаваме като разделим 360° на синодичния месец В първа четвърт възрастта на Луната е приблизително:

$$T_{\text{син}} / 4 \approx 7^{\text{д}}.38 \text{ц} \quad T_{\text{син}}.$$

на

До възраст на Луната $8^{\text{д}}$ остават $0^{\text{д}}.62$. Следователно ъгълът, на който Слънцето ще се издигне над хоризонта за това време, ще бъде:

$$\alpha = 0^{\text{д}}.62 \times 360^\circ / T_{\text{син}}$$

Заместваме в (1) и получаваме:

$$h = r \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} (360^\circ \times 0^{\text{д}}.62 / T_{\text{син}}) \approx 2.4 \text{ km} \quad \textbf{(7 т.)}$$

Задача 3 (13 точки): Поради това, че компонентите на двойната звездна система практически се намират на едно и също разстояние от нас, във формулата на Погсон разликите във видимите звездни величини могат да бъдат заменени с разликите в абсолютните им звездни величини и съответно отношението на осветеностите – с отношението на техните светимости **(1 т.)**.

За да определим в коя конфигурация при въртенето на двойната звезда се получава главният минимум и в коя вторичният, трябва да сравним светимостите на звездите. Използваме закона на Стефан-Болцман и за светимостите на двете компоненти можем да запишем:

- за бялата звезда

$$L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4,$$

където $R_1 = 1R_\odot$, $T_1 = 9000 \text{ K}$

- за червената звезда

$$L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4,$$

където $R_2 = 2R_\odot$, $T_2 = 3000 \text{ K}$

От условието на задачата следва, че $R_1 = R_2 / 2$, $T_1 = 3T_2$. Разделяме почленно горните изрази за светимостите и получаваме:

$$L_1 / L_2 = R_1^2 T_1^4 / (R_2^2 T_2^4) \approx 20 \quad \textbf{(3 т.)}$$

Получаваме, че бялата звезда е около 20 пъти по-ярка от червената. Следователно главният минимум настъпва, когато червената звезда, която е два пъти по-голяма от бялата, изцяло я затъмнява **(1 т.)**. В този случай звездната величина на системата се определя от светимостта на червената звезда: $L^2 = L_2$. В максимум светимостта на звездата е сума от светимостите на двете компоненти: $L = L_1 + L_2$. Ако m е звездната величина на системата в максимум, а m^2 – в главния минимум, от формулата на Погсон следва:

$$m^2 - m = -2.5 \lg (L_2 / (L_1 + L_2)) = 3^{\text{m.}32}$$

Амплитудата на главния минимум е $3^m.32$.

(4 T.)

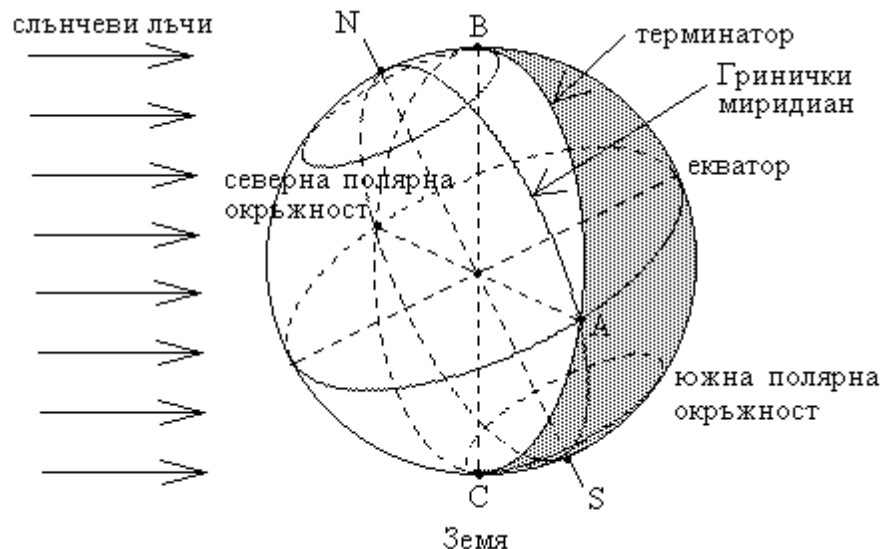
Вторичният минимум се получава, когато по-ярката компонента затъмнява по-слабата. Но по диаметър тя е два пъти по-малка и следователно засенчва само една четвърт от диска на по-слабата компонента. В този случай светимостта на системата е: $L^{22} = L_1 + 3L_2 / 4$. За амплитудата на вторичния минимум получаваме:

$$m^{22} - m = -2.5 \lg ((L_1 + 3L_2 / 4) / (L_1 + L_2)) = 0^{\text{m.01}}$$

Амплитудата на вторичния минимум е 0^m.01.

(4 T.)

Задача 4 (12 точки): Множеството от точки по земната повърхност, където в даден момент Слънцето залязва, е онази половина от терминатора (границата между неосветената и осветената от Слънцето част от Земята), която е на изток от Слънцето, ако се гледа от повърхността на дневната страна на Земята. Това е половината от голям кръг върху земното кълбо. Тя пресича екватора в точка А, а в момента на лятното слънцестоене крайщата ѝ В и С се допират съответно до северната и южната полярни окръжности. **(4 т.)**

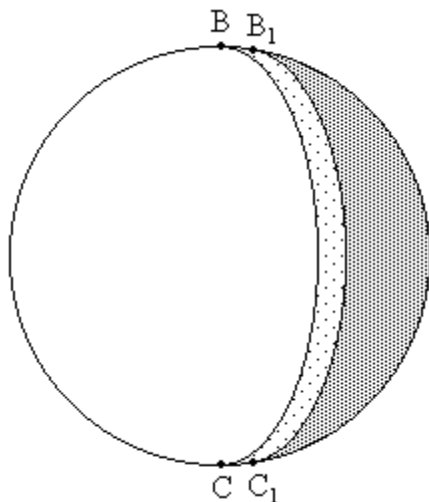


Точката А се намира на 90° източно по географска дължина от екваториалната точка, където е пладне или 12 ч. местно време. Следователно местното време в точка А е 18 ч. Но по условие залезът на Слънцето в точка А става в момента на слънцестоянието, който е в 18 ч. УТ. Щом местното и универсалното време в точка А съвпадат, тя лежи на Гриничкия меридиан. Географските координати на трите характерни точки, определящи линията по земната повърхност, където е залез в момента на слънцестоянето, са следните:

A: $\varphi = 0^\circ$; $\lambda = 0^h$

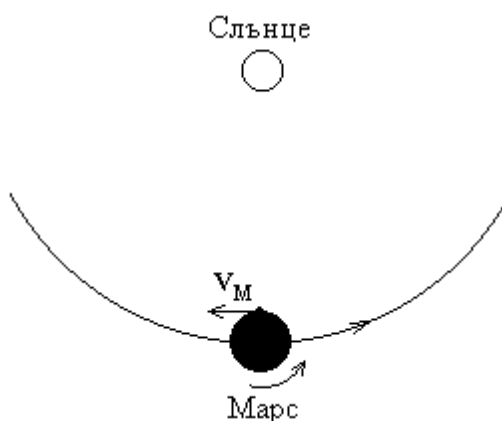
B: $\varphi = 66^\circ.5$; $\lambda = 6^h$
 C: $\varphi = -66^\circ.5$; $\lambda = 18^h$

(6 т.)



Направените изводи важат само ако не отчитаме рефракцията. Вследствие на рефракцията залезът на Слънцето се измества в по-късен момент от време за всяка точка от линията. Затова множеството от точки, където Слънцето залязва, няма да е половината от големия кръг на терминатора BC, а линията B₁C₁, леко изместена на изток от BC. Тази линия е част от малък кръг леко изместен към центъра на неосветеното полукълбо. **(2 т.)**

Задача 5 (20 точки):



Първо разглеждаме условията за изстрелване на сондата от Марс. Нека скоростта, необходима за изстрелване на сондата от повърхността на планетата, за да може тя да достигне до Слънцето, е v_M . Минимална стойност на v_M се получава, когато сондата се изстреля със скорост равна по големина и противоположна по посока на скоростта на движение на съответната точка от повърхността на

Марс относно Слънцето. Така относителната скорост на сондата спрямо Слънцето ще стане нула и тя ще пада свободно към него. Ясно е, че сондата трябва да се изстреля по посока обратна на посоката на орбиталното движение на Марс около Слънцето. **(2 т.)** Скоростта на това орбитално движение е значителна. Известно намаление на необходимата стартова скорост на сондата относно повърхността на Марс може да се получи, ако се използва околоосното въртене на планетата. Най-добър ефект в този смисъл се постига при изстрелване на сондата от точка на марсианския екватор, защото там линейната скорост на околоосно въртене е най-голяма. Изстрелването трябва да стане в момента на местното пладне, понеже тогава скоростта на околоосно въртене е насочена противоположно на скоростта на орбитално движение на планетата. **(2 т.)** Линейната скорост на въртене на екваториална точка около оста на Марс е:

$$v_{rM} = 2\pi R_M / T_M \approx 0.24 \text{ km/sec} \quad \textbf{(1 т.)}$$

Тогава минималната необходима стартова скорост на сондата е:

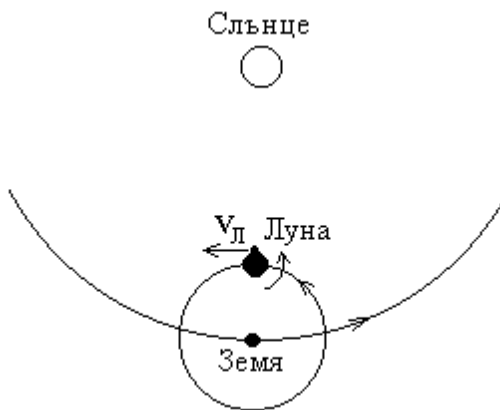
$$v_M = v_{oM} - v_{rM} \approx 23.9 \text{ km/sec} \quad \textbf{(2 т.)}$$

Втора космическа скорост за повърхността на Марс е:

$$v_{2M} = (2GM_M / R_M)^{1/2} \approx 5.0 \text{ km/sec}$$

Тъй като $v_M > v_{2M}$, то получената от нас стойност на v_M е достатъчна на сондата да напусне завинаги Марс и няма опасност неговото гравитационно привличане да я върне обратно преди да е стигнала до Слънцето. **(2 т.)**

Случаят с Луната е малко по-сложен. Аналогични съображения, както при Марс, ни водят до заключението, че сондата трябва да се изстреля в посока обратна на орбиталното движение на Земята около Слънцето, което става със скорост v_{o3} . Минимална стартова скорост имаме, когато това стане



от точка на лунния екватор при новолуние в момент на местното пладне, т.е. от центъра на обратната страна на Луната. Така за намаляване на необходимата стартова скорост v_L на сондата относно лунната повърхност ние се възползваме не само от околоосното въртене на Луната, но и от орбиталното ѝ движение около Земята.

(2 т.)

Линейната скорост на въртене на точка от лунния екватор е:

$$v_{rL} = 2\pi R_L / T_L \approx 0.005 \text{ km/sec}$$

(1 т.)

Минималната необходима скорост на изстрелване ще бъде:

$$v_L = v_{o3} - v_{oL} - v_{rL} \approx 28.7 \text{ km/sec}$$

(2 т.)

Втора космическа скорост на повърхността на Луната е:

$$v_{2L} = (2GM_L / R_L)^{1/2} \approx 2.4 \text{ km/sec}$$

(2 т.)

Тъй като $v_L > v_{2L}$, то стойността на v_L е достатъчна, за да се откъсне сондата завинаги от лунното притегляне. Тя трябва, обаче, да преодолее и притеглянето на Земята. Параболичната скорост на разстояние от Земята, равно на радиуса на лунната орбита, е:

$$v_{nap3} = v_{oL} (2)^{1/2} \approx 1.4 \text{ km/sec}$$

Виждаме, че условието $v_L > v_{nap3}$ също е изпълнено.

(2 т.)

Минималната необходима стартова скорост на сондата от Марс $v_M = 23.9 \text{ km/sec}$ е по-малка от тази за Луната $v_L = 28.7 \text{ km/sec}$. Следователно по-лесно е да се изстреля сонда към Слънцето от Марс, отколкото от Луната. При разсъжденията, направени дотук, не беше отчетена атмосферата на Марс. Нейното съпротивление ще увеличи минималната необходима скорост за изстрелване на сондата от повърхността на планетата, но понеже марсианската атмосфера е много разрежена, това увеличение няма да е толкова голямо, че да промени нашето крайно заключение. **(2 т.)**